Abschlussprüfungsaufgaben – Parabeln

Angaben: Jahr/Aufgabengrupppe

Hinter den Teilaufgaben stehen die Buchseiten, in denen du Tipps/Lösungswege finden kannst.

2018/I

1. a) Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_1 verläuft durch die Punkte $D(1|6)$ und $B(4|3)$. Berechnen Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform. BS. 81

b) Die nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat die Funktionsgleichung p_2: $y = -x^2 + x + 3{,}75$. Geben Sie die Scheitelpunktform dieser Parabel an. BS. 66 → erst das Minus ausklammern!

c) Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 der Parabel p_2 mit der x-Achse und geben Sie diese Punkte an. BS. 73/Lösungsformel

d) Eine weitere nach unten geöffnete Normalparabel p_3 hat den Scheitelpunkt $S_3(4|7)$. Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Parabel p_3 in der Normalform. BS. 65 → danach Klammer mit bin. Formel auflösen

e) Die Parabel p_4 hat die Funktionsgleichung p_4: $y = (x-2)^2 + 3$. Geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts S_4 von p_4 an. BS. 65

f) Geben Sie die Koordinaten von zwei beliebigen Punkten G und H an, die auf der Parabel p_4 liegen. BS. 62/5 → x und y frei wählen

g) Zeichnen Sie die Graphen der Parabeln p_3 und p_4 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
Hinweis zum Platzbedarf: x-Achse von -2 bis 8, y-Achse von -1 bis 10

2017/I

3. a) Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_1 verläuft durch die Punkte $A(-4|6)$ und $B(-2|-2)$.
Geben Sie die Funktionsgleichung von p_1 in der Normalform an.

b) Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(-1|2)$.
Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung von p_2 in der Normalform.

c) Zeichnen Sie die Parabeln p_1 und p_2 in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
Hinweis zum Platzbedarf: x-Achse von -5 bis 3, y-Achse von -4 bis 7

d) Die Parabeln p_3 und p_4 sind durch folgende Funktionsgleichungen bestimmt:

p_3: $x^2 - 4x = y - 5$

p_4: $y = -x^2 + 4x - 1$

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte P und Q der Parabel p_3 mit der Parabel p_4 und geben Sie diese Punkte an. BS. 80

e) Durch Spiegelung der Parabel p_3 an der x-Achse entsteht die Parabel p_5. Geben Sie die Funktionsgleichung von p_5 in der Scheitelpunktform an. Idee: durch die Spiegelung wird die Parabel nach unten geöffnet (Vorzeichen vorm x^2); Scheitelpunkt ändert sich

2018/I 1.)

$D(1|6)$ und $B(4|3)$

für x in allg. Form einsetzen

für y in allg. Form einsetzen)

a)

$$\text{I)}\quad 6 = 1^2 + 1 \cdot p + q$$
$$\text{II)}\quad 3 = 4^2 + 4 \cdot p + q$$

$$\text{I)}\quad 6 = 1 + p + q \quad \Rightarrow q = 5 - p$$
$$\text{II)}\quad 3 = 16 + 4p + q \quad \Rightarrow q = -13 - 4p$$

$$5 - p = -13 - 4p$$

Gleichsetzungsverfahren

$\rightarrow p = -6$

$\rightarrow$ p in I oder II) $\rightarrow q = 11$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{y = x^2 - 6x + 11}}$

b)

$$y = -x^2 + x + 3{,}75$$

Minus ausklammern!

$$y = -(x^2 - x - 3{,}75)$$
$$y = -(\underbrace{x^2 - x + 0{,}5^2}_{\text{bin. Formel}} - 0{,}5^2 - 3{,}75)$$
$$y = -((x - 0{,}5)^2 - 4)$$
$$y = \underline{\underline{-(x - 0{,}5)^2 + 4}}$$

c) Schnittpunkte mit x-Achse $\hat{=}$ Nullstellen $\rightarrow$ Lösungsformel!

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$
$$= -\frac{(-1)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-3{,}75)}$$
$$= \frac{1}{2} \pm \sqrt{4}$$

$\underline{\underline{x_1 = 2{,}5}}$

$\underline{\underline{x_2 = -1{,}5}}$

$$y = -x^2 + x + 3{,}75$$

wegen des Minus kann die Lösungsformel erst angewendet werden, wenn vor dem x^2 kein Minus mehr steht

$\Rightarrow$ Minus ausklammern!

$$y = -\underbrace{[x^2 - x - 3{,}75]}_{\text{hier die Lösungsformel anwenden}}$$

d) $p_3: \; y = -(x-4)^2 + 7$

nach unten geöffnet

$S(4|7)$

$$y = -(x-4)^2 + 7$$
$$= -(x^2 - 8x + 16) + 7$$
$$= -x^2 + 8x - 16 + 7$$
$$= \underline{\underline{x^2 + 8x - 9}}$$

e) $y = (x-2)^2 + 3$

$\Rightarrow \underline{\underline{S_4(2|3)}}$

f) x und y werden frei gewählt, z.B.

für G: $x = 1$

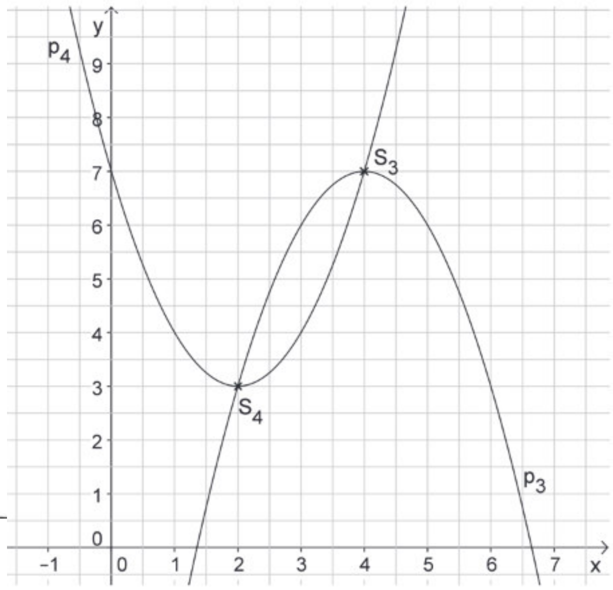
$y = (1-2)^2 + 3 = 4 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{G(1|4)}}$

für H: $x = -1$

$y = (-1-2)^2 + 3 = 12 \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{H(-1|12)}}$

du kannst auch andere Werte für x nehmen und „dein" y berechnen!

g)



2017/I 3.

A(-4 | 6)
B(-2 | -2)

a) I) $6 = (-4)^2 + (-4)\cdot p + q$

II) $-2 = (-2)^2 + (-2)\cdot p + q$

I) $6 = 16 - 4p + q \Rightarrow q = -10 + 4p$

II) $-2 = 4 - 2p + q \Rightarrow q = -6 + 2p$

$\left.\begin{matrix} \\ \\ \end{matrix}\right\} -10 + 4p = -6 + 2p$

Gleichsetzungsverfahren

$\Rightarrow p = 2$

$\Rightarrow$ p in I oder II): $q = -2$ $\Rightarrow$ p_1: $y = x^2 + 2x - 2$

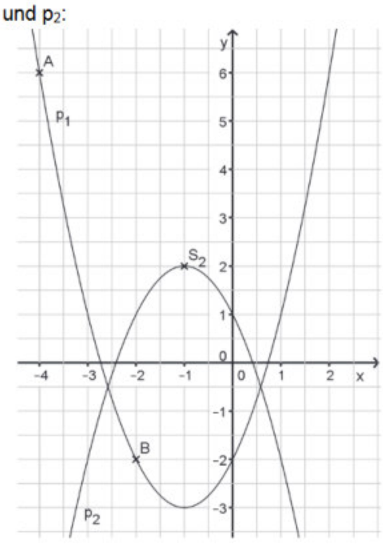
b) Scheitelpunktsform: $y = -(x+1)^2 + 2$

Minus nicht vergessen, da Parabel nach unten geöffnet ist!

$$\begin{aligned} y &= -(x+1)^2 + 2 \\ &= -(x^2 + 2x + 1) + 2 \\ &= -x^2 - 2x - 1 + 2 \\ &= -x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

Graphen von p_1 und p_2:

c)



S_1 muss nicht berechnet werden, da p_1 durch A und B bestimmt ist.

d) p_3: $x^2 - 4x = y - 5$ $\qquad$ p_4: $y = -x^2 + 4x - 1$

$\Rightarrow y = x^2 - 4x + 5$

Gleichsetzen!

$$x^2 - 4x + 5 = -x^2 + 4x - 1 \qquad | + x^2$$

$$2x^2 - 4x + 5 = 4x - 1 \qquad | - 4x + 1$$

ausklammern! $\leftarrow$ $2x^2 - 8x + 6 = 0$

$$2(\underbrace{x^2 - 4x + 3}_{\text{Lösungsformel!}}) = 0$$

$$x_{1|2} = -\frac{(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 3}$$

$$= 2 \pm \sqrt{1}$$

$x_1 = 3 \rightarrow y_1 = 2 \rightarrow P(3|2)$

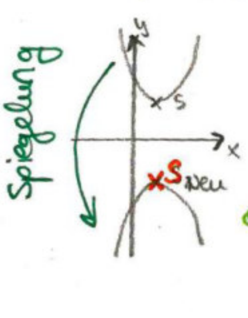
$x_2 = 1 \rightarrow y_2 = 2 \rightarrow Q(1|2)$

x-Werte in p_3 oder p_4 einsetzen, um y-Werte der Schnittpunkte zu erhalten!

e) p_3: $y = x^2 - 4x + 5$ $\rightarrow$ Scheitelpunktsform durch quadrat. Ergänzung!

$$y = x^2 - 4x + 4 - 4 + 5$$
$$= (x-2)^2 + 1 \rightarrow S(2|1)$$

durch Spiegelung an x-Achse:



$y = -(x - 2)^2 - 1$

weil nach unten geöffnet

neuer Scheitelpunkt bei $S(2|-1)$!